Formale Spezifikation und Prüfkatalog

Empathische Mathematik · Abschnitt 20 von „Empathische Mathematik: Die Intelligenz der Natur“

Dieser Abschnitt enthält die formale Spezifikation der Empathischen Mathematik (EM) in der Arbeitsfassung 0.2 und den Prüfkatalog. Die Spezifikation umfasst Operator-Signaturen, Grammatikregeln, semantische Ebenen einer Nachricht, Skalen für Prosodie, das Sprechblasen-Protokoll, das Übersetzungsprotokoll, den Verlustvektor, ein Rechenlabor, die Beispielbibliothek, die Abgrenzung zu benachbarten Disziplinen, die Kernaufgaben, die Prüfkriterien, das Glossar und ein Arbeitsblatt für neue Texte. Der Prüfkatalog in Abschnitt 20.17 führt alle Forschungsschritte EM 1 bis EM 27 und alle Aufgaben der Topologischen Gesamtdarstellung (GD 1 bis GD 13) zu einer einzigen nummerierten Liste zusammen.

Die Signaturen sind Version 0.2 und revidierbar. Die Notation folgt der Tafel in Abschnitt 2 und der Übersichtstafel in Abschnitt 18.30.

1 Anhang D: Formale Operator-Signaturen

Die Tabelle präzisiert die Arbeitsrollen der Operatoren.

Operator	Vorläufige Signatur	Semantische Aufgabe	Abgrenzung von
|	$Z \times Z \to Rel_{diff}$	Unterscheidbarkeit markieren	logischer Exklusivität
↔	$Z \times Z \to Rel$	wechselseitige Relation	Kausalität
⋈	$Z \times Z \to Z^*$	Integration, Kopplung	Addition
Δ	$Z \to \Delta Z$	Zustandsänderung	zeitlicher Ableitung ohne weitere Struktur
χ	$B \times C \to Q$	Resonanz, Gewichtung	menschlichem Gefühl
?	$B \to Var(B)$	Variantenraum öffnen	Wahrscheinlichkeit
!	Var → B oder Aussage → Status	festlegen, Verbindlichkeit markieren	empirischer Wahrheit
↶	$Hist \times B \to B^*$	Rückbezug, Erinnerung einbringen	bloßem Datenabruf
⊙	B → Inst	Instanziierung, Realisierung	physikalischer Materialisierung

Operator	Vorläufige Signatur	Semantische Aufgabe	Abgrenzung von
¬	$B \to B$	Negation	Gegenteil in jeder semantischen Dimension
⇒	$B \times B \to Rel_{dir}$	gerichtete Folge, Bindung	Kausalität ohne Zusatzannahmen

2 Anhang E: Grammatikregeln Version 0.2

Ξ ::= x | ΔΞ | ?Ξ | !Ξ | ↶Ξ | ⊙Ξ | ¬Ξ | (Ξ | Ξ) | (Ξ ↔ Ξ) | (Ξ ⋈ Ξ) | χ(Ξ, C) | (Ξ ⇒ Ξ)

Die erweiterte Grammatik mit ⊘, ≫, R, R^{-1} und ⋒ steht in Abschnitt 18.5. Für beide Fassungen gelten die Wohlgeformtheitsregeln:

- Eine Festlegung ! wird nur auf eine Aussage oder einen nichtleeren Variantenraum angewendet.
- χ benötigt mindestens einen Bewertungsgegenstand und einen expliziten oder impliziten Kontext.
- ⊙ wird nur auf eine instanziierbare Struktur angewendet.
- ↶ benötigt eine zugängliche Vorgänger-, Gedächtnis- oder Historienstruktur.
- ¬ verändert den Behauptungsstatus eines Inhalts, nicht automatisch dessen emotionale Valenz.
- ⇒ wird typisiert: logisch, kausal, normativ oder pragmatisch. Diese Untertypen werden nicht stillschweigend vertauscht.

3 Anhang F: Semantische Ebenen einer vollständigen Nachricht

$Msg = B \otimes V \otimes F \otimes C \otimes I?$

Ebene	Inhalt	Beispiele
B (Bedeutung)	expliziter semantischer Gehalt	Person, Handlung, Zeit, Modalität, Relation
V (Vortrag)	akustische und prosodische Realisierung	Tonlage, Melodie, Intensität, Tempo, Pause
F (Form)	rhetorische Gestalt	Metapher, Parallelismus, Wiederholung, Register
C (Kontext)	situative Einbettung	Vorwissen, Gesprächslage, soziale Beziehung
I? (Inferenz)	mögliche implizite Lesarten	Absicht, Stimmung, Haltung, Beziehungssignal

Eine Implementierung speichert jede Ebene getrennt, damit erkennbar bleibt, ob eine Information gesagt, akustisch signalisiert oder inferiert wurde.

4 Anhang G: Skalen für Prosodie und Ausdruck

Für experimentelle Codierungen dienen normierte Skalen im Intervall $[-1, 1]$ beziehungsweise $[0, 1]$. Die Skalen sind Messkonventionen.

Dimension	Beispielskala	Interpretation
τ Tonlage	$-1 \ldots +1$	relativ tief … relativ hoch
μ Melodizität	0 … 1	monoton … stark konturiert
ι Intensität	0 … 1	sehr zurückgenommen … sehr nachdrücklich
γ Prägnanz	0 … 1	diffus … stark pointiert
φ_f Freundlichkeit	0 … 1	schwach freundlich signalisiert … stark freundlich signalisiert
ρ Rhythmus	Vektor	Pausenlängen, Akzentabstände, Regelmäßigkeit
κ Tempo	normierte Rate	langsam … schnell

5 Anhang H: Sprechblasen-Protokoll

Sprechblasen sind transparente Hypothesen des Interpretationssystems und führen Gedanken nicht als Tatsachen.

$$\mathbf{I(\Xi, V, C, Hist) \to \{(h_1, q_1, e_1), \ldots, (h_n, q_n, e_n)\}}$$

Dabei ist h_i eine Hypothese, q_i die kalibrierte Konfidenz und e_i die Evidenzklasse, zum Beispiel Wortwahl, Prosodie, Kontext oder Gesprächsverlauf.

Kategorie	Beispielausgabe	Erforderliche Vorsicht
Absicht	„möglicher Wunsch nach Bestätigung“	als mögliche Absicht ausgeben
Stimmung	„wirkt gedämpft“	Prosodie- und Kontextabhängigkeit nennen
Position	„sprachlich zustimmend“	Position der Person nicht über den Kontext hinaus verallgemeinern
Empfindung	„Enttäuschung möglich“	als mögliche Empfindung ausgeben
Beziehung	„Distanzsignal möglich“	kulturelle Unterschiede berücksichtigen
Mehrdeutigkeit	„zwei plausible Lesarten“	Varianten erhalten

6 Anhang I: Vollständiges Übersetzungsprotokoll

Für jeden Text erzeugt die EM ein standardisiertes Protokoll:

1. Segmentierung: Satz, Teilsatz, Sprecherwechsel und rhetorische Einheit bestimmen.
2. Explizite Semantik B extrahieren: Akteure, Prädikate, Relationen, Zeit, Modalität, Negation.
3. Varianten ? markieren: Ungewissheit, Mehrdeutigkeit, Alternativen.
4. Verbindlichkeit ! markieren: Zusage, Behauptung, Imperativ, Verpflichtung.
5. Rückbezüge ↶ erkennen: Pronomen, Erinnerung, frühere Ereignisse, Wiederaufnahme.
6. Prosodie V erfassen, sofern Audio vorliegt.
7. Ausdrucksgestalt F erfassen: Metapher, Rhythmus, Wiederholung, Register.
8. Kontext C explizit dokumentieren.
9. I? erzeugen: mehrere plausible implizite Lesarten mit Konfidenz.
10. Zielsprache realisieren und die Ebenen B, V und F soweit möglich erhalten.
11. Round-Trip durchführen.
12. Verlustbericht erstellen: erhalten, verändert, unentscheidbar.

7 Anhang J: Round-Trip-Metrik und Verlustvektor

Die Bedeutungsdistanz besteht nicht aus nur einer Zahl. Sie ist ein Verlustvektor:

$$\mathbf{L = (L_{sem}, L_{prag}, L_{pros}, L_{form}, L_{amb})}$$

Komponente	Misst
L_{sem}	Verlust expliziter semantischer Information
L_{prag}	Verlust pragmatischer und kommunikativer Funktion
L_{pros}	Verlust prosodischer Wirkung
L_{form}	Verlust rhetorischer Gestalt
L_{amb}	Verlust oder künstliche Reduktion von Mehrdeutigkeit

Aus dem Verlustvektor wird nach der Validierung ein Gesamtscore gebildet. Bis dahin bleibt der Vektor sichtbar, damit unterschiedliche Verlustarten nicht verdeckt werden. Die Bedeutungsdistanz d_B ist die Funktion dieses Vektors.

8 Anhang K: Rechenlabor, Varianten und Resonanz

Beispiel 1: Binäre Variantenbildung.

$$\mathbf{|Var_n| = 2^n}$$

Bei 8 Entscheidungen entstehen 256 Pfade; bei 16 Entscheidungen 65.536 Pfade.

Beispiel 2: Resonanzgewichtung über einen Abstand d_i.

$$w_i = \exp(-\beta\, d_i),\ Pr_i = w_i / \Sigma_j\, w_j$$

β steuert die Selektivität. Große β-Werte konzentrieren das Gewicht stärker auf Varianten mit kleinem d.

Beispiel 3: Allgemeine lineare Erinnerungskopplung.

$$X_{n+1} = a\, X_n + b\, X_{n-1},\ r^* = (a + \sqrt{(a^2 + 4b)}) / 2$$

Der Goldene Schnitt ist der Spezialfall a = b = 1. Bei a + b = 1 ist r = 1 ein positiver Fixpunkt. Diese Resultate folgen aus der Rekursion.

9 Anhang L: Fibonacci und Goldener Schnitt Schritt für Schritt

$$Fib_{n+1} = Fib_n + Fib_{n-1}$$

Für große n wird ein stabiles Verhältnis $r = Fib_{n+1} / Fib_n$ vorausgesetzt. Dann ist $Fib_{n-1} / Fib_n \approx 1/r$.

$$r = 1 + 1/r$$
$$r^2 = r + 1$$
$$r^2 - r - 1 = 0$$
$$r = (1 \pm \sqrt{5}) / 2$$

Für positive Fibonacci-Zahlen ist der relevante Fixpunkt:

$$\varphi = (1 + \sqrt{5}) / 2 \approx 1{,}6180339887$$

Die Bedeutung für die EM liegt darin, dass rekursive Regeln charakteristische stabile Relationen hervorbringen. Die Rekursion selbst ist klassische Mathematik; ihre Lesart als Erinnerungsrekursion ist Modellinterpretation.

10 Anhang M: Beispielbibliothek

Text	EM-Skizze	Kommentar
Vielleicht komme ich morgen.	?⊙(Ich, kommen, t+1)	Möglichkeit bleibt offen.
Ich komme morgen.	!⊙(Ich, kommen, t+1)	höhere sprachliche Verbindlichkeit.

Text	EM-Skizze	Kommentar
Ich komme morgen gern.	!⊙(Ich, kommen, t+1) ⊗ χ^+	positive Valenz ergänzt.
Ich komme vielleicht doch.	?⊙(…) ⊗ ↶(vorherige Nicht-Festlegung)	Revision eines früheren Erwartungszustands.
Das hast du gut gemacht.	B = Anerkennung; V entscheidet mit	Ironie bleibt ohne Prosodie und Kontext als Alternative offen.
Ist schon in Ordnung.	B = Akzeptanz; I? = {echte Zustimmung, Resignation, Gesprächsabbruch, …}	Sprechblasen zeigen Alternativen.

11 Anhang N: Das REM-Manifest als Belastungstest

Der Manifest-Test zeigte, dass die EM-Struktur zentrale konzeptionelle Relationen verdichten konnte, während Bildsprache und rhetorische Wirkung teilweise verloren gingen. Daraus wurde die Formschicht F abgeleitet.

Original → (B, V, F, C, I?) → Rückübersetzung

Die wichtigste methodische Trennung lautet:

$$!_{\text{Text}}(A) \neq !_{\text{Empirie}}(A)$$

Ein Text kann A mit maximaler Gewissheit behaupten; die empirische Bestätigung von A ist eine eigene Ebene.

12 Anhang O: Abgrenzung zu benachbarten Disziplinen

Gebiet	Berührungspunkt	Differenz
Formale Logik	Negation, Implikation, Modalität	Die EM trägt zusätzlich Prosodie, Wirkung und transparente Inferenz.
Wahrscheinlichkeit	Gewichtung von Varianten	? und ! sind von Wahrscheinlichkeit getrennt.
Dynamische Systeme	Fixpunkte, Attraktoren, Rekursion	Die EM wendet solche Strukturen auf Bedeutungsprozesse an.
Typentheorie	gültige Kompositionen	Das vollständige Typsystem der EM ist Aufgabe K16.
Kategorientheorie	Objekte, Relationen, Komposition	Die formale Abbildung der EM-Operatoren ist Aufgabe K16.
Vektorsemantik	Bedeutungsräume	Die EM koppelt explizite symbolische Operatoren und Ausdrucksschichten.

Gebiet	Berührungspunkt	Differenz
Pragmatik	Kontext und Sprecherwirkung	Die EM erhält Unsicherheit und alternative Lesarten explizit mathematisch.

13 Anhang P: Kernaufgaben

Die Kernaufgaben des Lehrbuchs stehen im Prüfkatalog (Abschnitt 20.17) unter der Herkunft „LP“. Sie lauten:

- Das Operatoralphabet ist auf Minimalität zu untersuchen; zu bestimmen ist, welche Operatoren aus anderen ableitbar sind (K27).
- Zu bestimmen ist, ob $\bowtie$ eine einzige Operation oder eine Familie verschiedener Integrationen ist (K28).
- Zu bestimmen ist die mathematische Struktur von χ: Skalar, Vektor, Kernel, Funktional oder Verteilung (K28).
- Die Bedingung ist zu bestimmen, unter der ! angewendet wird, ohne Mehrdeutigkeit unzulässig zu zerstören (K29).
- Kontextänderungen sind formal zu repräsentieren (K30).
- Die Invarianz von Bedeutung über Kulturen und Sprachen hinweg ist zu bestimmen (K30).
- Ironie ist robust zu repräsentieren (K30).
- Zu bestimmen ist, welche Bestandteile von Freundlichkeit und Prägnanz messbar und welche inferiert sind (K19).
- Die Formschicht F ist mathematisch zu codieren, ohne den Originaltext zu speichern (K19).
- Zu bestimmen ist, ob d_B menschliche Urteile reproduzierbar vorhersagt (K18).
- Die Äquivalenzklassen von EM-Ausdrücken mit demselben Bedeutungsgehalt sind zu bestimmen (K17).
- Selbstbezug und rekursive Erinnerung sind ohne Paradoxien zu typisieren (K31).
- Zu bestimmen ist, ob ein Parser natürliche Sprache reproduzierbar in EM überführt (K22).
- Zu bestimmen ist, ob ein Generator aus derselben EM-Struktur verschiedene Sprachen mit ähnlicher Wirkung erzeugt (K22).
- Die Teile von REM sind zu bestimmen, die sich unabhängig von ihrer ontologischen Interpretation als formale Modelle prüfen lassen (K32).

14 Anhang Q: Prüfkriterien für eine wissenschaftliche Veröffentlichung

- Explizite Axiome und Operator-Signaturen.
- Beispiele und Gegenbeispiele für jede Regel.
- Beweisbare Eigenschaften: Abschluss, Komposition, Äquivalenz, gegebenenfalls Invertierbarkeit.
- Reproduzierbarer Korpus mit menschlichen Annotationen.

- Vergleich gegen etablierte semantische und pragmatische Baselines.
- Kalibrierung der Unsicherheitswerte.
- Ablationsstudien: Beitrag der Schichten B, V, F, C und I? zum Nutzen.
- Round-Trip-Messung über mehrere Sprachen und Textsorten.
- Dokumentierte Fehlerklassen und Fälle, in denen das System keine Festlegung trifft.
- Klare Trennung zwischen mathematischem Formalismus, technischer Anwendung und ontologischer Interpretation.

15 Anhang R: Glossar

Begriff	Arbeitsdefinition
Bedeutungsraum	Menge bzw. strukturierter Raum zulässiger Bedeutungszustände.
Variante	eine zulässige, noch nicht festgelegte Fortsetzung oder Lesart.
Resonanz χ	kontextabhängige Bewertung oder Kopplungsstärke im Modell.
Instanziierung $\odot$	Übergang von einer möglichen oder formalen Struktur zu einer realisierten Instanz innerhalb des jeweiligen Modelltyps.
De-Instanziierung $\oslash$	Aufhebung einer Instanz; je nach Anwendung mit eigener präziser Definition.
Gleichzeitigkeit G	REM-Begriff; in der EM als Inhalt codierbar (Abschnitt 18.17).
Sprechblase	sichtbar gemachte, unsicherheitsmarkierte Inferenz über mögliche implizite Bedeutung.
Round-Trip	Codierung in EM und Rückrealisierung zur Messung von Informationsverlust.
Prägnanz γ	Grad der pointierten, verdichteten Ausdruckswirkung.
Freundlichkeit φ_f	höhere kommunikative Qualität, die aus mehreren Signalen und Kontext entsteht.
Formschicht F	Repräsentation rhetorischer und stilistischer Gestalt.

16 Anhang S: Arbeitsblatt für neue Texte

Jeder Text wird mit demselben Raster bearbeitet:

- Originaltext, Quelle:
- Explizite Aussagen B:
- Unterscheidungen |:
- Relationen ↔:
- Integrationen ⋈:
- Veränderungen Δ:
- Offene Varianten ?:

- Festlegungen !:
- Rückbezüge ↶:
- Instanziierungen ⊙:
- Negationen ¬:
- Folgerelationen ⇒:
- Prosodie V:
- Form F:
- Kontext C:
- Sprechblasen I? mit Konfidenz:
- EM-Gesamtausdruck:
- Rückübersetzung:
- Verlustvektor L:
- Neue offene Aufgabe:

17 Prüfkatalog

Der Prüfkatalog führt die siebenundzwanzig Forschungsschritte (EM 1 bis EM 27) des Abschlusskapitels „Nächste Forschungsschritte“, die Aufgaben GD 1 bis GD 13 der Topologischen Gesamtdarstellung (Abschnitt 18.26) und das Forschungsprogramm 0.2 bis 1.0 samt Kernaufgaben und Entwicklungszielen des Lehrbuchs (LP, Abschnitt 19.10 und Anhang P) in einer einzigen Liste zusammen. Gleiche Aufgaben aus mehreren Quellen stehen einmal, die Spalte „Herkunft“ nennt alle Quellen. Die Art gibt das Prüfverfahren an: Definition, Beweis/Rechnung, Simulation, Messung/Experiment, Test oder Vergleich. Der Status wird mit jedem Arbeitsschritt fortgeschrieben.

Nr	Aufgabe	Herkunft	Art	Status
	Gruppe A: Geometrie, Rekursion und Recording			
K1	Umarmungsfunktion U_ε: Form der zwölf Beiträge in R_{12} festlegen und an einem endlichen kfz-Gitter rechnen	EM 1	Beweis/Rechnung	offen
K2	Aufmaß und Verschmelzungsmaß: ε_{eff} im REM-Generator messen; Wert von Δ_0 für $\varepsilon = 0{,}00432$ und Füllung 3/4 bestimmen	EM 2	Messung/Experiment	offen
K3	Stufen der Nachbarschaft: Übergang von sechs Achsen ($\pi/6$) zu zwölf Richtungen (3/4) in einer Simulation der Punktregel verfolgen	EM 3	Simulation	offen
K4	Zustandsräume für N_n, S_n, M_n, J_n, C_n, O_n sowie Var, Ori und Narr	EM 4, EM 19	Definition	offen

Nr	Aufgabe	Herkunft	Art	Status
	festlegen, sodass die Gesamtformel eine wohldefinierte Abbildung wird			
K5	Rekursionsregel R_{12} definieren und zeigen, dass die Kusszahl 12 die Zwölfgliedrigkeit bestimmt	EM 20	Beweis/Rechnung	offen
K6	Samenfilter Π: Maß für Robustheit, Kompaktheit und Entfaltungsfähigkeit definieren und im Modell rechnen	EM 5	Beweis/Rechnung	offen
K7	Rekursive Ordnung: Regel $O_{n+1} = R(O_n, J_n)$ aufstellen	EM 6	Definition	offen
K8	Reichweite von A als Operatoreigenschaft formulieren (Tiefengrenze der Fische, Abschnitt 9)	EM 7	Definition	offen
K9	Recording als Maß: Speicherung der Herkunft durch die Punktregel messen; Herkunftsinformation speichern, übertragen und verlieren (Verlustvektor)	EM 13, EM 21	Messung/Experiment	offen
K10	Innerer Beobachtungspunkt: Bedingung als Fixpunkt einer Selbstabbildung von M_n angeben	EM 14	Beweis/Rechnung	offen
K11	Ordnung gegen 0^*: Ordnungsterm im Modell aus Kapitel 6b einführen	EM 15	Beweis/Rechnung	offen
K12	Von H zur stabilen Struktur: Operationenfolge an der Quantenschnittstelle beschreiben	EM 16	Definition	offen
K13	Grammatik des Feldes: Substantiv, Verb und Satzbau auf Teilchen, Kräfte und Raumzeit abbilden	EM 17	Definition	offen
K14	Grammatik der Grammatik: Strukturen der Physik aus der Zwölferrekursion ableiten	EM 18	Beweis/Rechnung	offen

Nr	Aufgabe	Herkunft	Art	Status
K15	12er-Rekursion: die vier Positionen $12^n \pm 1$ und $12^n \pm 5$ systematisch untersuchen; Anti-Primzahl definieren	GD 9	Beweis/Rechnung	offen
	Gruppe B: Operatoren, Typen und formale Semantik			
K16	Exakte Typisierung jedes Operators: Definitionsbereich, Wertebereich, Komposition; strenge Typentheorie	GD 1, LP 0.2	Definition	offen
K17	Formale Semantik und Äquivalenzregeln; Äquivalenzklassen von EM-Ausdrücken	LP 0.3	Definition	offen
K18	Bedeutungsdistanz d_B als Funktion des Verlustvektors L definieren und gegen menschliche Urteile prüfen	LP 0.4	Messung/Experiment	offen
K19	Prosodie- und Gestaltmodell V und F; messbare und inferierte Anteile von Freundlichkeit und Prägnanz; Codierung von F ohne Speicherung des Originaltexts	LP 0.5	Definition	offen
K20	Konfidenzkalibrierung der Inferenz und der Sprechblasen	LP 0.6	Messung/Experiment	offen
K21	Mehrsprachiger Korpus und Round-Trip-Experimente; Cross-Language-Test	LP 0.7	Test	offen
K22	Parser- und Generator-Prototypen: natürliche Sprache reproduzierbar in EM überführen und in mehrere Sprachen zurückführen	LP 0.8	Test	offen
K23	Vergleich mit Logik, Kategorientheorie, probabilistischen Modellen und Vektorsemantik	LP 0.9	Vergleich	offen
K24	Partitur messen: Round-Trip-, Prosodie-, Mehrdeutigkeits- und Sprachwechseltest; Verlustvektor L bestimmen	EM 8	Messung/Experiment	offen

Nr	Aufgabe	Herkunft	Art	Status
K25	Inter-Annotator-Test: verschiedene Personen codieren denselben Text	LP Entwicklungsziel	Test	offen
K26	Kompressions-Test: Bedeutung verdichten, ohne relevante Information zu verlieren	LP Entwicklungsziel	Test	offen
K27	Minimalalphabet: Operatoren als grundlegend oder ableitbar bestimmen	GD 12, LP	Beweis/Rechnung	offen
K28	Struktur der Operatoren $\bowtie$ (eine Operation oder Familie) und χ (Skalar, Vektor, Kernel, Funktional, Verteilung)	LP	Definition	offen
K29	Selektionsgesetz für !: Maß für Eindeutigkeit, Schwellenregel und Anwendungsbedingung von !	GD 6, LP	Definition	offen
K30	Kontext, Kultur und Ironie: Kontextänderungen formal repräsentieren, Invarianz über Sprachen bestimmen, Ironie robust repräsentieren	LP	Definition	offen
K31	Selbstbezug und rekursive Erinnerung ohne Paradoxien typisieren	LP	Definition	offen
K32	Teile von REM bestimmen, die sich unabhängig von ihrer ontologischen Interpretation als formale Modelle prüfen lassen	LP	Vergleich	offen
	Gruppe C: Invariante, Überlagerung, Konsens und Spektren			
K33	Invariante J formal definieren und Ähnlichkeitsmaß $J(X') \simeq J(X)$ festlegen	GD 2	Definition	offen
K34	Überlagerungsgeometrie, die rekursive Identität trotz gleicher 3D-Projektion erhält	GD 3	Definition	offen
K35	Gleichzeitigkeit G formal definieren: relationaler Limes, Kolimes, Graph, Kategorie oder anderer Raum	GD 4	Definition	offen

Nr	Aufgabe	Herkunft	Art	Status
K36	Konsensmaß mit Abhängigkeit und Unabhängigkeit der Informationsquellen	GD 5	Definition	offen
K37	Antirekursion als Optimierungs- und Kompressionsoperator unter Invariantenerhaltung	GD 7	Beweis/Rechnung	offen
K38	Mathematisches Modell spontaner Rückkopplung zwischen rekursiven Zweigen	GD 8	Definition	offen
K39	Spektralanalyse der Relationsmatrizen $Ü_n$	GD 10	Beweis/Rechnung	offen
K40	Stabile Spektren, Primfaktorstrukturen und Fixpunkte der Rekursion	GD 11	Beweis/Rechnung	offen
K41	Semantik der Traumpartitur als Modell	GD 13	Definition	offen
	Gruppe D: Gleichzeitigkeit, Offenheit, Inspiration und Wirklichkeitsgestaltung			
K42	Portal als Messfeld: Wahrnehmung und Kontrapunkt zur Essenz beobachten; Π mit A_{vor} verbinden	EM 9	Messung/Experiment	offen
K43	Zugang zur Gleichzeitigkeit: Hereinragen in prüfbare Form bringen; Befunde zur Unterscheidung von gewöhnlicher Assoziation und zusätzlichem Informationszugang	EM 10, EM 23	Messung/Experiment	offen
K44	Kompatibilität von Erkennendem und Erkanntem: Maß formulieren	EM 11	Definition	offen
K45	Bildung mit NET-PIX: Entdecken eigener Zusammenhänge in Schulen, Unternehmen und privaten Räumen beobachten	EM 12	Messung/Experiment	offen
K46	Gleichzeitigkeit: beobachtbare Unterschiede aus der universalen Erinnerung bestimmen	EM 22	Messung/Experiment	offen
K47	Offenheit und Inspiration operationalisieren; Orientierungsraum messen	EM 24	Messung/Experiment	offen

Nr	Aufgabe	Herkunft	Art	Status
K48	Wirklichkeitsgestaltung: Wirkungen aus Wahrnehmung und Handlung von neuen physikalischen Aussagen trennen	EM 25	Messung/Experiment	offen
K49	Vorhersagen: quantitative, falsifizierbare Aussagen aus A, F, K_{Insp} und T_{EM} ableiten	EM 26	Beweis/Rechnung	offen
K50	Vergleich: EM-Erkenntnisprotokoll gegen gewöhnliche Ideenfindung (Originalität, Kohärenz, Prüfbarkeit)	EM 27	Vergleich	offen

Der Katalog umfasst 50 Aufgaben.

18 Schlussbemerkung

Die Version 0.2 versteht die Empathische Mathematik als formalisiertes Forschungsprogramm. Ihr Prüfstein ist, ob verschiedene Menschen und später Maschinen mit denselben Regeln zu hinreichend ähnlichen Codierungen gelangen und ob Übersetzungen Bedeutung, Mehrdeutigkeit und kommunikative Wirkung messbar besser erhalten.

Quellenhinweis. Quelle der Spezifikation und des Prüfkatalogs: Arbeitsfassungen der Empathischen Mathematik, Oktober 2026.

Urheberschaft. Idee, Konzeption, Thesen und Zitate: Peter Riepe.